

Aufgabe 2.1

- a) Ergänzen Sie das Pascalsche Dreieck bis $n = 10$.
b) Berechnen Sie (klammern Sie aus): $(a + 1)^8$, $(a - 1)^9$, $(a - b)^{10}$.

Aufgabe 2.2

- a) Berechnen Sie: $\binom{7}{1}$, $\binom{12}{0}$, $\binom{12}{7}$, $\binom{13}{5}$, $\binom{50}{48}$, $\binom{28}{4}$.
b) Aus 16 Karten (je 4 Buben, Damen, Könige und Assen) werden 8 gezogen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass darunter
(i) genau 1 Ass,
(ii) kein Ass,
(iii) genau ein Bube, eine Dame, ein König und ein Ass,
(iv) mindestens 2 Assen sind.

Aufgabe 2.3 Berechnen Sie (wählen Sie passende a , b im binomischen Lehrsatz):

a) $\sum_{k=0}^8 \binom{8}{k}$, c) $\sum_{k=0}^8 \binom{8}{k} 2^k$, e) $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$,
b) $\sum_{k=0}^8 \binom{8}{k} (-1)^k$, d) $\sum_{k=0}^{10} \binom{10}{k}$, f) $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k$.

Aufgabe 2.4 Berechnen Sie die Summe

a) $\sum_{k=0}^6 k^2$, $\sum_{k=-4}^4 k^3$, $\sum_{j=1}^3 \left(j + \frac{1}{j}\right)$, $\sum_{k=3}^7 (2k + 4)$, $\sum_{j=-1}^1 (j^2 - 1)$,
b) $1 + 2 + \dots + 2019$,
c) positiven ganzen Zahlen mit 3 Ziffern,
d) ungeraden Zahlen zwischen 1000 und 2000,
e) positiven ganzen Zahlen von je maximal 3 Ziffern, die auf 2 oder 7 enden.
f) $\sum_{k=10}^{70} (7k - 2)$, $\sum_{k=0}^{14} (5k + 3)$, $\sum_{k=-2}^{22} (100k + 10)$.

Aufgabe 2.5 Berechnen Sie die Summe

- | | |
|---|---|
| a) $2 + 4 + 8 + \dots + 256,$ | f) $4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots,$ (unendlich) |
| b) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{256},$ | g) $1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots,$ |
| c) $2 + 6 + 18 + 54 + \dots + 1458,$ | h) $1 - \frac{9}{10} + \frac{81}{100} - \frac{729}{1000} + \dots,$ |
| d) $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \frac{64}{729},$ | i) $7 + \frac{7}{10} + \frac{7}{100} + \dots$ |
| e) $\frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \dots + \frac{3}{10\,000\,000},$ | |

Aufgabe 2.6 Finden Sie den unkürzbaren Bruch für die periodische Zahl:
 $0,\bar{9}; 0,\bar{12}; 0,00\bar{12}; 10,\bar{3}; 0,\bar{2}; 10,\bar{9}; 0,\bar{123}; 0,\bar{10}; 3,09\bar{1}.$

Aufgabe 2.7 Berechnen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ für:

- | | | |
|-------------------------------------|---|---|
| a) $a_n = \frac{n+1}{n},$ | d) $a_n = \frac{n^3 + 3n^2}{3n^4 + 4},$ | g) $a_n = \frac{n^3 - 1}{n^3 + n^2},$ |
| b) $a_n = \frac{2n}{n+12},$ | e) $a_n = \frac{2n + \sqrt{n}}{n - \sqrt{n}},$ | h) $a_n = \frac{4n^2 + 5n + n\sqrt{n}}{3n^2 - 2n - 1},$ |
| c) $a_n = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1},$ | f) $a_n = \frac{n + \frac{1}{n}}{n - \frac{2}{n}},$ | i) $a_n = \frac{n^2 + 1}{n\sqrt{n^2 + 1}}.$ |

Aufgabe 2.8 Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

- | | |
|--|---|
| a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{3^n},$ | g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{3n} - 1}{2^{3n} - 3^{2n}},$ |
| b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{n!},$ | h) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + 3n - 7) \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1},$ |
| c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{n^n + n!},$ | i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 3^n}{n^3 + 3^n},$ |
| d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2^n}{n^2 - 2^n},$ | j) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2}{n + 2^{-n}},$ |
| e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 2^{-n}}{2^n - 1},$ | k) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n!}{3^n - n!},$ |
| f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 1}{2^n + 1},$ | l) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + 3n^9 - 7}{n^n + 3n^9 + 7}.$ |